CORRIGE DU 1er GROUPE SERIE G 2010

Exercice 1 : (4 pts)

Soit X le nombre de biens B_1 fabriqués , soit Y le nombre de biens B_2 fabriqués, soit Z le nombre de biens B_3. D'où le tableau technologique :

	B_1	B_2	B_3	Contraintes
T_1	2	3	3	180
T_2	1	2	1	100
T_3	2	1	2	226
Profit	10	15	12	

On a le système d'inéquations :

$$\begin{cases} X, Y, Z \geq 0 \\ 2X + 3Y + 3Z \leq 180 \\ X + 2Y + Z \leq 100 \\ 2X + Y + 2Z \leq 226 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} X, Y, Z, t_1, t_2, t_3 \geq 0 \\ 2X+3Y+3Z+t_1=180 \\ X+2Y+Z+t_2=100 \\ 2X+Y+2Z+t_3=226 \end{cases}$$

$P = 10X + 15Y + 12Z$

	X	Y	Z	t_1	t_2	t_3	
t_1	2	3	3	1	0	0	180
t_2	1	2	1	0	1	0	100
t_3	2	1	2	0	0	1	226
P	10	15	12	0	0	0	0

Ainsi en continuant, on a X = 60 et Y = 20. Donc il faut fabriquer 6à biens B_1 et20 biens B_2 pour avoir un profit maximal de 900 milliers de francs.

Exercice 2 : (3 pts)

Mois	Janv.	Fev.	Mars	Avril	Mai	Juin	Juillet	Aout	$\sum$
X	50	55	72	80	83	95	100	125	660
Y	800	820	880	950	960	1000	1100	1290	7800
XY	40000	45100	63360	76000	79680	95000	110000	161250	670390
X^2	2500	3025	5184	6400	6889	9025	10000	15625	58648
Y^2	640000	672400	774400	902500	921600	1000000	1210000	1664100	7785000

1°) $r = \dfrac{\sum XY - n\overline{X}\overline{Y}}{\sqrt{\sum X^2 - n\overline{X}^2}\sqrt{\sum Y^2 - n\overline{Y}^2}}$; $\overline{X} = 82{,}5$; $\overline{Y} = 975$; r = 0,98.

2°) $D_{Y/X} : Y - \overline{Y} = a(X - \overline{X})$ avec $a = \dfrac{\sum XY - n\overline{X}\overline{Y}}{\sum X^2 - n\overline{X}^2}$ donc a = 6,41 et $y = 6{,}41x + 446{,}18$.

3°) Pour septembre on a y = (125 + 125x20%)x6,41 + 446,18 = 1407,68 = 1408

Pour octobre on a y = (150 = 150x20%)x 6,41 + 446,18 = 1599,98 = 1600

Exercice 3 : (3 pts)

1°) $V_{n+1} = U_{n+1} + 1 = -\frac{1}{3}(2U_n + 5) + 1 = -\frac{2}{3}(U_n + 1) = -\frac{2}{3}V_n$ donc V est une suite géométrique de raison $q = -\frac{2}{3}$ et de premier terme $V_0 = 2$.

2°) $V_n = V_0 q^n$ donc $V_n = 2(-\frac{2}{3})^n$ et $U_n = V_n - 1$ d'où $U_n = 2\left(-\frac{2}{3}\right)^n - 1$

3°) $S_n = V_0 + V_1 + \cdots + V_n = V_0 \dfrac{1-q^{n+1}}{1-q}$ d'où $S_n = \dfrac{6}{5}\left(1-\left(-\dfrac{2}{3}\right)^{n+1}\right)$ et $\lim\limits_{+\infty} S_n = \dfrac{6}{5}$.

Problème : (10 pts)

A) $g(x) = -x^2 - 2 + 2\ln x$

1°) $D_g =]0;+\infty[$; $g'(x) = -\dfrac{2(x^2-1)}{x}$ d'où g' est positif sur $]0;1[$ et négatif sur $]1;+\infty[$.

2°) g(1) = -3 donc g(x) est négatif sur $]0;+\infty[$.

B) $f(x) = 2x + 4 + \dfrac{4\ln x}{x}$

1°) $\lim\limits_{0^+} f = -\infty$ et $\lim\limits_{+\infty} f = +\infty$

2°) $\lim\limits_{+\infty}(f - y) = 0$ donc $y = 2x + 4$ est une asymptote oblique pour C.

$f(x) - y = \dfrac{4\ln x}{x}$ qui est positif si x>1 donc la courbe C est au dessus de l'asymptote D si x>1.

3°) $f'(x) = \dfrac{2x^2 + 4 - 4\ln x}{x^2} = \dfrac{-2g(x)}{x^2} > 0$

4°) f' est positif sur $]0;+\infty[$ d'où f est croissante sur $]0;+\infty[$.

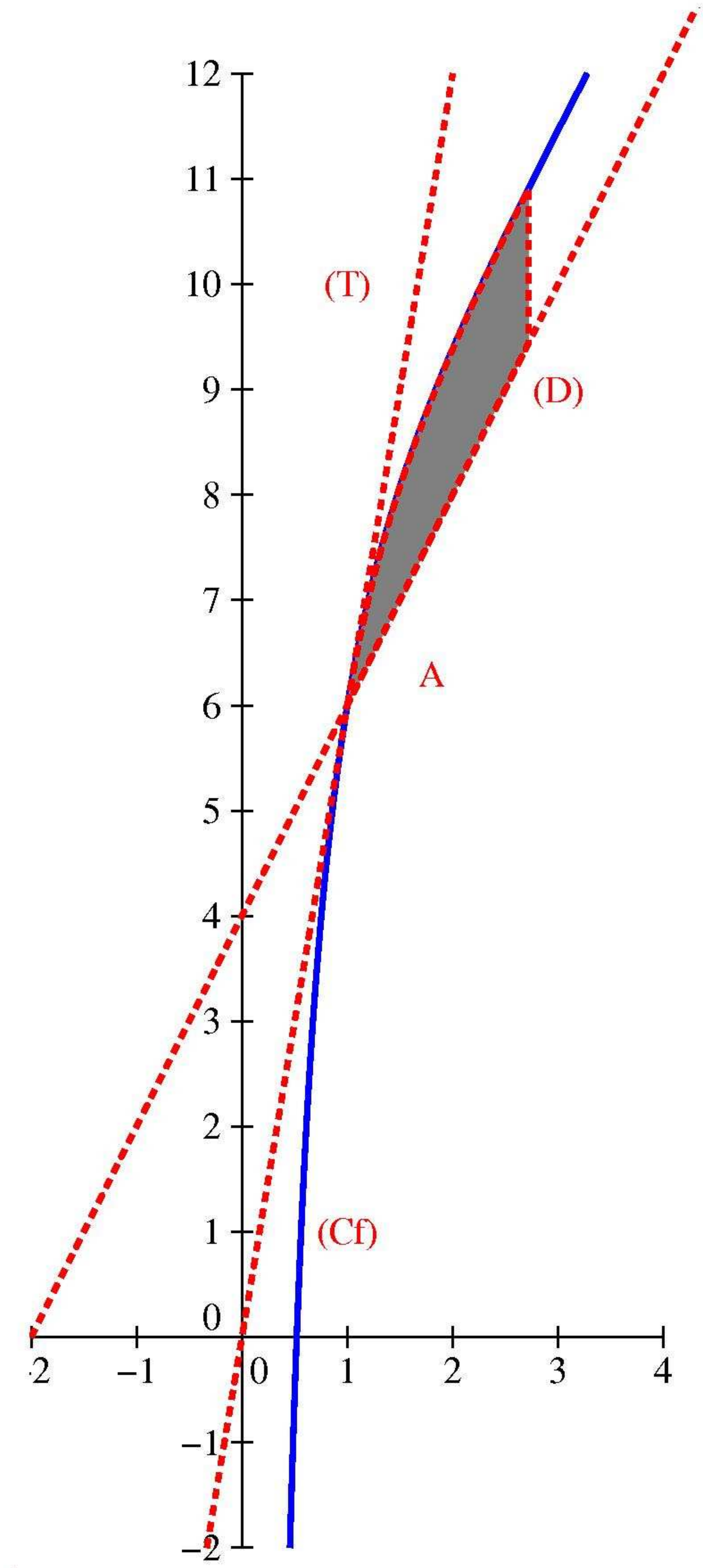
5°) T : $y = 6x$

6°) $J =]-\infty;+\infty[$. f(1) = 6 et $\lim\limits_{0^+} f = -\infty$ donc $\alpha \in]0;1[$

7°) Courbes à la page suivante.

C) 1°) $\displaystyle\int_1^e \frac{\ln t}{t}\,dt = \left[\frac{1}{2}(\ln t)^2\right]_1^e = \frac{1}{2}$

2°) $\displaystyle A = \int_1^e (f(x) - y)\,dx = \int_1^e \frac{4\ln x}{x}\,dx = 4\,\frac{1}{2}\,u.a = 0{,}5cm^2$



(T)
(D)
A
(Cf)
12
11
10
9
8
7
6
5
4
3
2
1
0
−1
−2
-2
−1
0
1
2
3
4